



وزارة التربية والتعليم
والتعليم الفني

نموذج إجابة

امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة

للعام الدراسى ٢٠١٦/٢٠١٧ ـ الدور الأول

المـادة : الجبر والهندسة الفراغية (باللغة العربية)

نموذج



الأسئلة من ← إلى	الدرجة
١ ← ٤	٧
٥ ← ٨	٦
٩ ← ١٢	٥
١٣ ← ١٤	٥
١٥ ← ١٩	٧
المجموع	٣٠

لكل مجموعة مقدر ومراجع

١-

الحل ١ (جـ) ١

٢-

الحل ٢ (ب) $\frac{\pi}{4}$ ١

٣-

الحل (أ) $ل = \sqrt{2}$ ، $ظا\,\theta = 1$ $\therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

$\therefore ع = \sqrt{2}\left[جتا\,\frac{\pi}{4} + ت\,جا\,\frac{\pi}{4}\right]$

$ع^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}}\left[جتا\,\frac{\frac{\pi}{4}+2\pi ر}{3} + ت\,جا\,\frac{\frac{\pi}{4}+2\pi ر}{3}\right]$

حيث $ر = 0 ، 1 ، 2$

عند $ر = 0$ $\therefore ع_1 = 2^{\frac{1}{6}}\left[جتا\,\frac{\pi}{12} + ت\,جا\,\frac{\pi}{12}\right] = 2^{\frac{1}{6}}\,هـ^{\frac{\pi}{12}ت}$

عند $ر = 1$ $\therefore ع_2 = 2^{\frac{1}{6}}\left[جتا\,\frac{3\pi}{4} + ت\,جا\,\frac{3\pi}{4}\right] = 2^{\frac{1}{6}}\,هـ^{\frac{3\pi}{4}ت}$

عند $ر = 2$ $\therefore ع_3 = 2^{\frac{1}{6}}\left[جتا\,\frac{-7\pi}{12} + ت\,جا\,\frac{-7\pi}{12}\right] = 2^{\frac{1}{6}}\,هـ^{\frac{-7\pi}{12}ت}$

(ب) $ل = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$

$ظا\,\theta = \frac{-\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$

$\therefore \theta = -60^\circ$

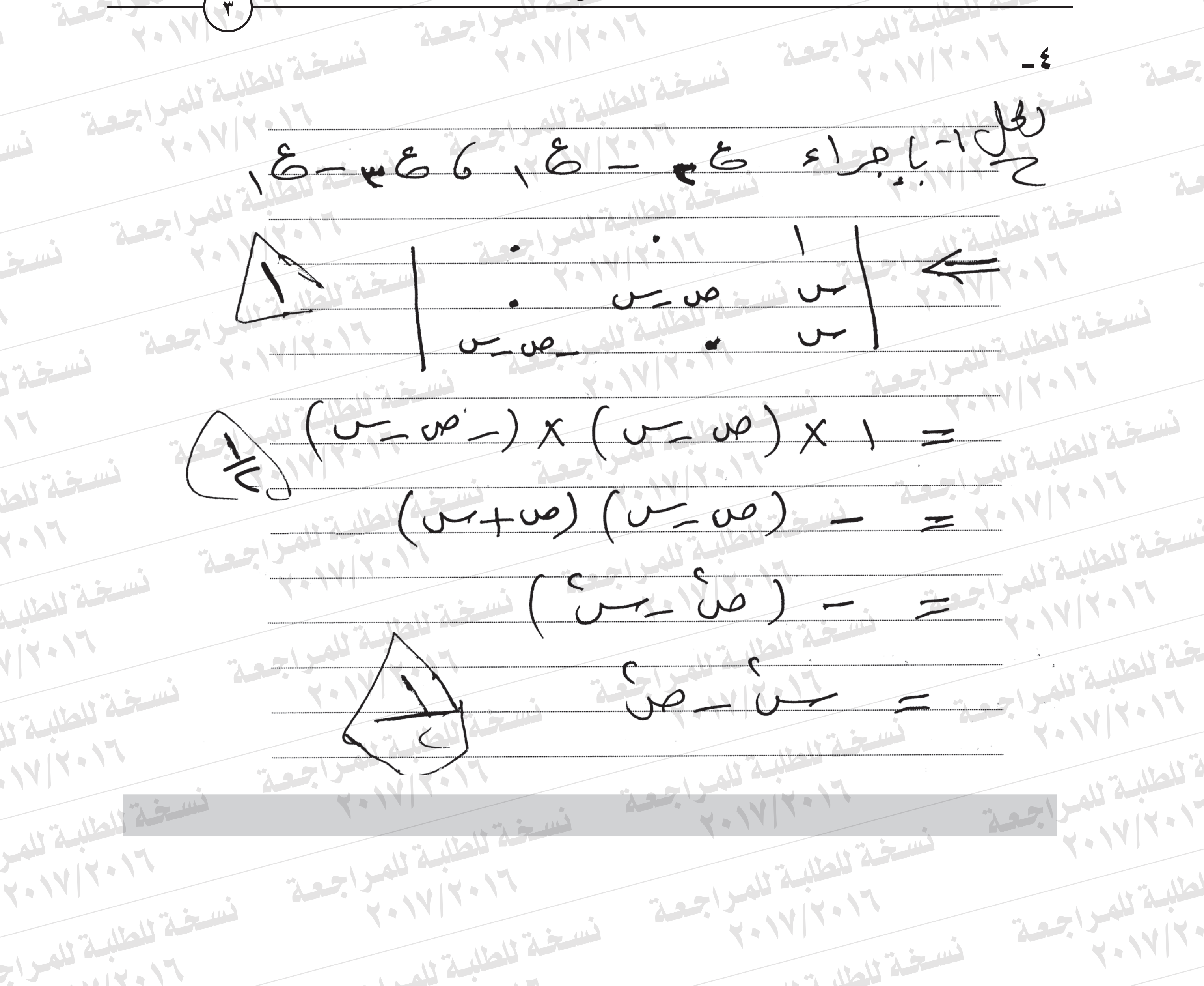
$\therefore ع = 2\left[جتا(-60^\circ) + ت\,جا(-60^\circ)\right]$

$\therefore ع^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}\left[جتا(-60^\circ)\times\frac{3}{2} + ت\,جا(-60^\circ)\times\frac{3}{2}\right]$

$= 2\sqrt{2}\left[جتا(-90^\circ) + ت\,جا(-90^\circ)\right]$

$أو = 2\sqrt{2}\left[جتا\,90^\circ + ت\,جا\,90^\circ\right]$

٤-



٥-

الحل :- (د) $(\text{س}-2)^2+\text{ص}^2+\text{ع}^2=4$ (١)

٦-

الحل :- نفرض أن

$$\text{أ}=\begin{pmatrix}2 & -3 & -1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 0 & -2\end{pmatrix}$$

$$|\text{أ}|=\begin{vmatrix}2 & -3 & -1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 0 & -2\end{vmatrix}$$

$$=2\times-4+3\times-5-1\times-2=-21$$ (½)

مصفوفة مرافقات العناصر

$$=\begin{pmatrix}\begin{vmatrix}2 & 3\\ 0 & -2\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}1 & 3\\ 1 & -2\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{vmatrix}\\ -\begin{vmatrix}-3 & -1\\ 0 & -2\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & -2\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}2 & -3\\ 1 & 0\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}-3 & -1\\ 2 & 3\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & 3\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{vmatrix}\end{pmatrix}$$ (½)

$$=\begin{pmatrix}-4 & 5 & -2\\ -6 & -3 & -3\\ -7 & -7 & 7\end{pmatrix}$$ (½)

$$\therefore \text{أ}^{\text{مل}}=\begin{pmatrix}-4 & -6 & -7\\ 5 & -3 & -7\\ -2 & -3 & 7\end{pmatrix}$$ (½)

$$\therefore \begin{pmatrix}\text{س}\\ \text{ص}\\ \text{ع}\end{pmatrix}=\frac{1}{-21}\times\begin{pmatrix}-4 & -6 & -7\\ 5 & -3 & -7\\ -2 & -3 & 7\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}9\\ 15\\ 12\end{pmatrix}$$ (½)

$$=\frac{1}{-21}\begin{pmatrix}-210\\ -84\\ 21\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\ 4\\ -1\end{pmatrix}$$ (½)

$\therefore$ س $=10$ ، ص $=4$ ، ع $=-1$

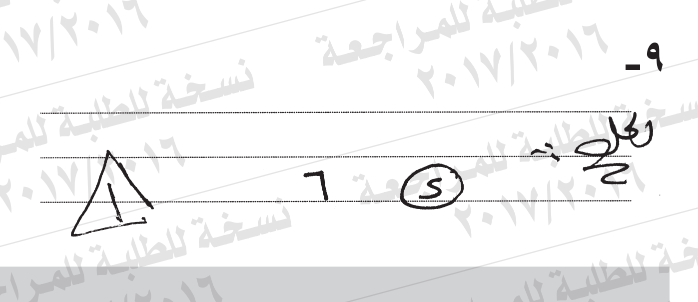
٧-

الحل / ج (٤ ، ٦ ، -١) ١

٨-

الحل / ج ٤ ٥٨° ١

-٩



-١٠

الحل : (أ) ١) $\overrightarrow{أب} \cdot \overrightarrow{أجـ}$ = أب × أجـ × جتا(ق(∠ب أ جـ)) ($\frac{1}{2}$)

= ٦ × ١٠ × $\frac{٦}{١٠}$ = ٣٦ ($\frac{1}{2}$)

٢) مركبة $\overrightarrow{هـ د}$ في اتجاه $\overrightarrow{ب جـ}$

= $\frac{\overrightarrow{هـ د} \cdot \overrightarrow{ب جـ}}{\|\overrightarrow{ب جـ}\|}$ = صفر ($\frac{1}{2}$)

لأنهما متعامدان ($\frac{1}{2}$)

ب) ∵ جتا²θ_1 + جتا²θ_2 + جتا²θ_3 = ١ ($\frac{1}{2}$)

∵ الزوايا متساوية = θ

∴ ٣ جتا²θ = ١ ($\frac{1}{2}$)

∴ جتا²θ = $\frac{١}{٣}$

∴ جتا θ = ± $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

∴ $\overrightarrow{م}$ = $\|\overrightarrow{م}\|$ [جتا θ $\overrightarrow{س}$ + جتا θ $\overrightarrow{ص}$ + جتا θ $\overrightarrow{ع}$] ($\frac{1}{2}$)

= ١٢$\sqrt{٣}$ [± $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ $\overrightarrow{س}$ ± $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ $\overrightarrow{ص}$ ± $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ $\overrightarrow{ع}$] ($\frac{1}{2}$)

= ± [١٢ $\overrightarrow{س}$ + ١٢ $\overrightarrow{ص}$ + ١٢ $\overrightarrow{ع}$]

١١-

الحل: (ب) ع = ٣ (١)

١٢-

الحل: (ج) $\left(\frac{-١}{\sqrt{١٤}} ، \frac{٢}{\sqrt{١٤}} ، \frac{٣}{\sqrt{١٤}}\right)$ (١)

١٣-

الحل /

∵ المستوى يحتوي المستقيم ل١

∴ النقطة أ (٠ ، ٣ ، -٥) ∈ المستوى (½)

∵ المستوى // المستقيم ل٢ الذي متجه الاتجاه له هو (١ ، -٣ ، ٣) (½)

∴ المتجه (١ ، -٣ ، ٣) ⊥ المستوى المطلوب معادلته (½)

∴ معادلة المستوى المطلوب هي:

(١ ، -٣ ، ٣) . ر = (١ ، -٣ ، ٣) . (٠ ، ٣ ، -٥) (½)

⟸ س - ٣ص + ٣ع + ٢٤ = ٠

١٤-

الحل: المعادلة هي $\frac{س}{٤} + \frac{ص}{٦} + \frac{ع}{٣} = ١$

∴ النقط هي أ (٤، ٠، ٠)، ب (٠، ٦، ٠)، جـ (٠، ٠، ٣)

$\overrightarrow{أب}$ = $\overrightarrow{ب}$ − $\overrightarrow{أ}$ = (٠، ٦، ٠) − (٤، ٠، ٠) = (−٤، ٦، ٠)

$\overrightarrow{أجـ}$ = $\overrightarrow{جـ}$ − $\overrightarrow{أ}$ = (٠، ٠، ٣) − (٤، ٠، ٠) = (−٤، ٠، ٣)

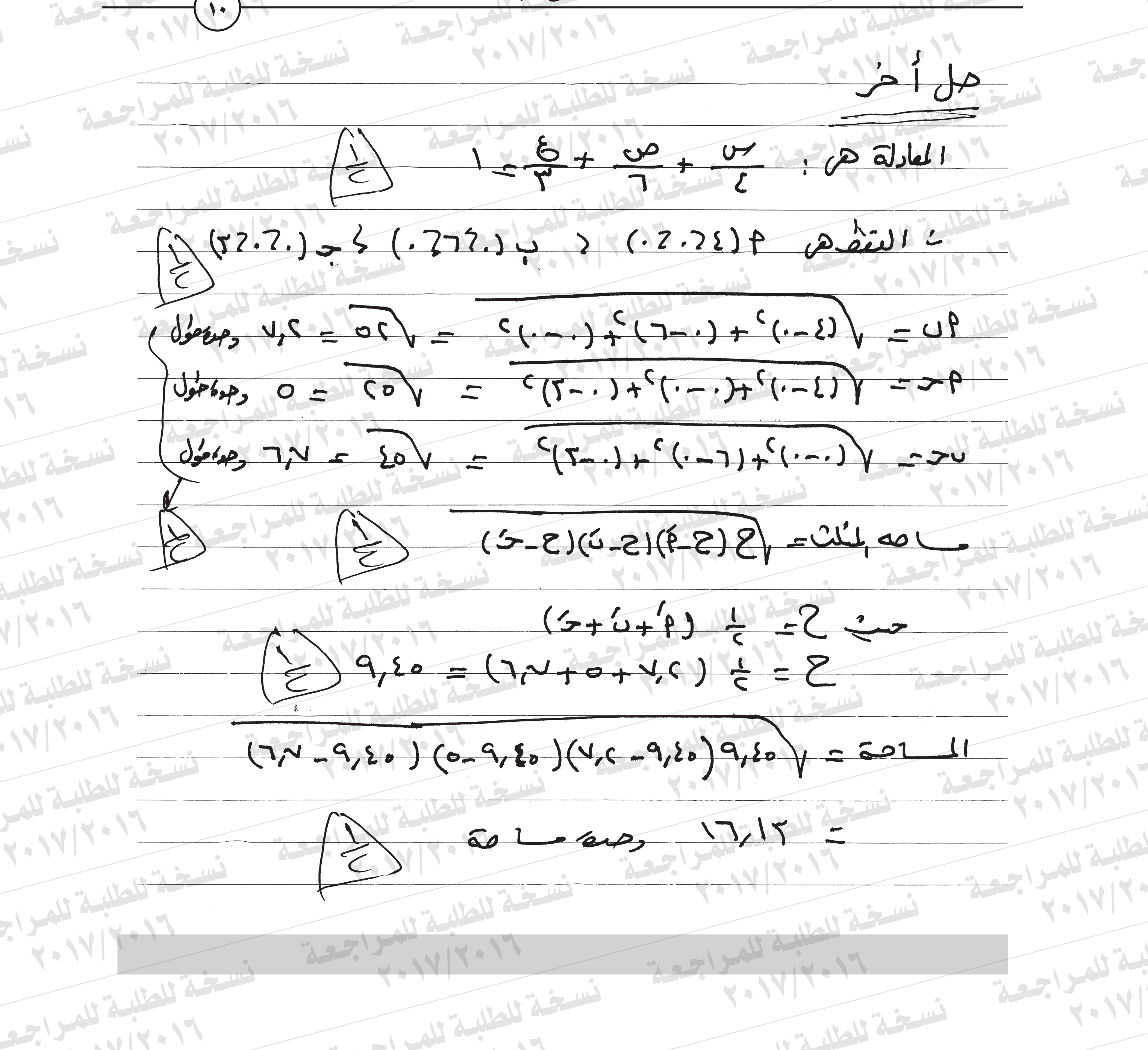
∴ $\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أجـ} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ -٤ & ٦ & ٠ \\ -٤ & ٠ & ٣ \end{vmatrix}$

= ١٨ $\overrightarrow{س}$ + ١٢ $\overrightarrow{ص}$ + ٢٤ $\overrightarrow{ع}$

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ‖ $\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أجـ}$ ‖

= $\frac{١}{٢}\sqrt{١٨^٢ + ١٢^٢ + ٢٤^٢}$

= $\sqrt{٢٦١}$ = $٣\sqrt{٢٩}$



حل آخر

المعادلة هي : س/٤ + ص/٦ + ع/٣ = ١ (½)

∴ التقاطع أ(٤، ٠، ٠) ، ب(٠، ٦، ٠) ، جـ(٠، ٠، ٣) (½)

أب = √((٤−٠)^٢ + (٠−٦)^٢ + (٠−٠)^٢) = √٥٢ = ٧,٢ وحدة طول

أجـ = √((٤−٠)^٢ + (٠−٠)^٢ + (٠−٣)^٢) = √٢٥ = ٥ وحدة طول

بجـ = √((٠−٠)^٢ + (٦−٠)^٢ + (٠−٣)^٢) = √٤٥ = ٦,٧ وحدة طول (½)

مساحة المثلث = √(ح (ح−أ)(ح−ب)(ح−جـ)) (½)

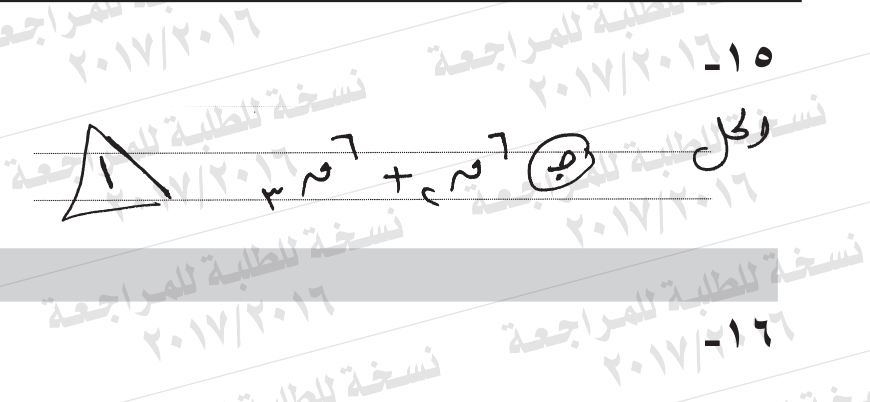
حيث ح = ½ (أ + ب + جـ)

ح = ½ (٧,٢ + ٥ + ٦,٧) = ٩,٤٥ (½)

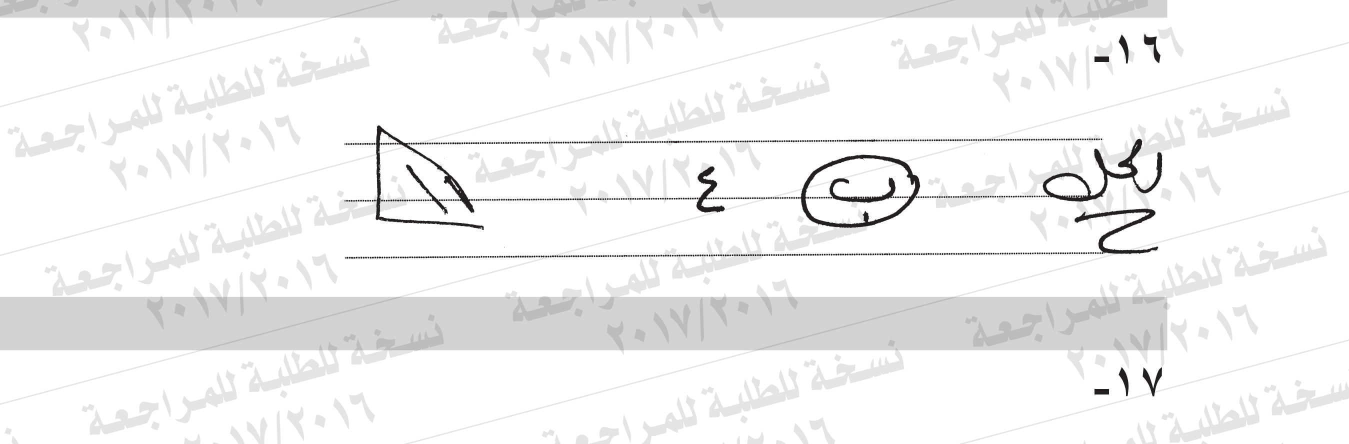
المساحة = √(٩,٤٥ (٩,٤٥ − ٧,٢)(٩,٤٥ − ٥)(٩,٤٥ − ٦,٧))

= ١٦,١٢ وحدة مساحة (½)

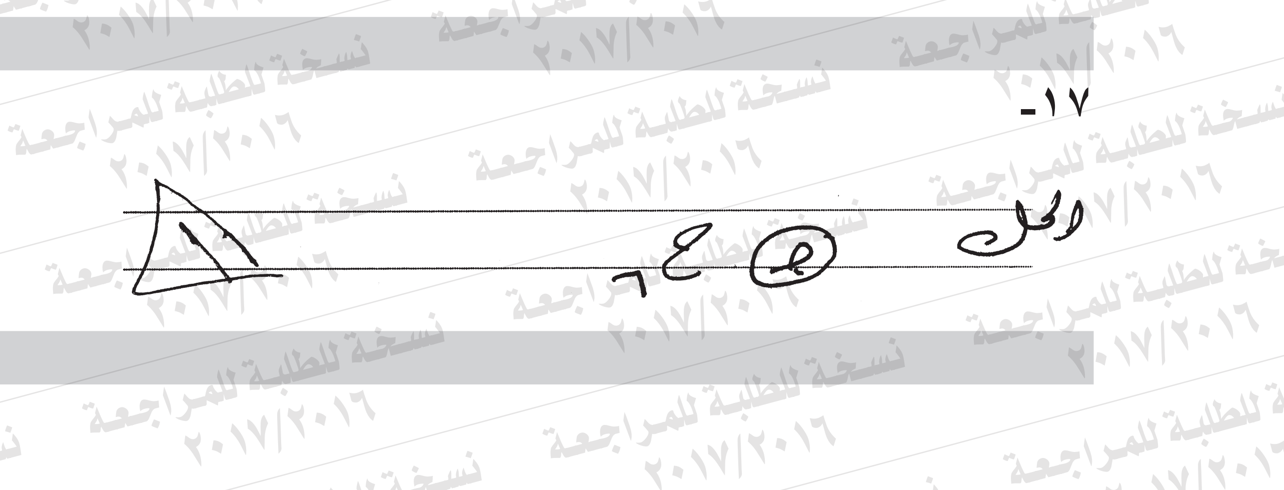
١٥-



١٦-



١٧-



١٨-

الحل :

∵ $ح_٣ = {}^{ن}ق_٢ \times س^٢ = ١٧$ ← (١)

∵ $ح_٢ \times ح_٤ = \frac{٥٤٤}{٣}$ بالقسمة على $ح_٣^٢$

$ن \times س \times \frac{ح_٤}{ح_٣} = \frac{٥٤٤}{١٧ \times ٣}$

$ن \times س \times \frac{ن - ٣ + ١}{٣} \times س = \frac{٣٢}{٣}$

$ن \times س^٢ \, (ن - ٢) = ٣٢$ ← (٢)

بقسمة (١) على (٢)

$\frac{ن(ن-١) \times س^٢}{٢ \times ن \times س^٢ (ن-٢)} = \frac{١٧}{٣٢}$

∴ $\frac{ن - ١}{ن - ٢} = \frac{٣٤}{٣٢} = \frac{١٧}{١٦}$

$١٧ن - ٣٤ = ١٦ن - ١٦$

$ن = ١٨$

بالتعويض في (٢)

$١٨ \times س^٢ \times ١٦ = ٣٢$

$س^٢ = \frac{١}{٩}$

∴ $س = \pm \frac{١}{٣}$

حل آخر:

$^{ن}ق_{٢} (س)^{٢} = ١٧$

$٣ (^{ن}ق_{١} \times س)(^{ن}ق_{٢} س^{٢}) = ٥٤٤$

$\frac{ن(ن-١)}{٢} س^{٢} = ١٧$

$ن(ن-١) س^{٢} = ٣٤ \longrightarrow ①$ (ع)

$٣ ن س \times \frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{٦} س^{٣} = ٥٤٤ \longrightarrow ②$ (ع)

$\frac{ن^{٢}(ن-١)(ن-٢) س^{٤}}{ن^{٢}(ن-١)(ن-١) س^{٤}} = \frac{١٠٨٨}{١١٥٦}$ (ع)

$\frac{(ن-٢)}{(ن-١)} = \frac{١٦}{١٧}$

$١٧ن - ٣٤ = ١٦ن - ١٦$

$ن = -١٦ + ٣٤$ (ع)

$ن = ١٨$

$١٨(١٨-١) س^{٢} = ٣٤$ ($\frac{١}{٢}$ ع)

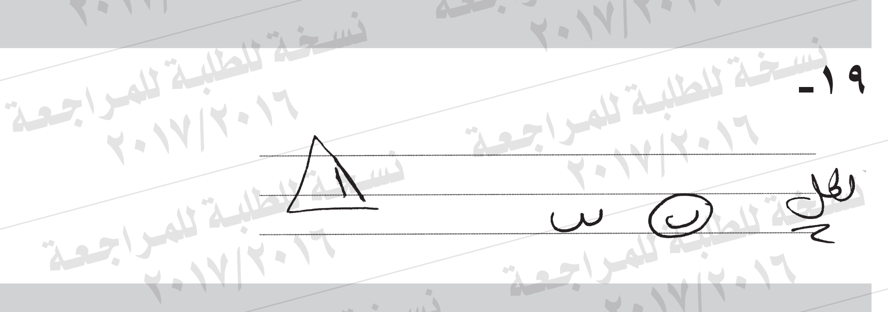
$١٨ \times ١٧ س^{٢} = ٣٤$

$٩ س^{٢} = ١$

$س^{٢} = \frac{١}{٩}$

$س = \pm \frac{١}{٣}$ ($\frac{١}{٢}$ ع)

١٩-



(انتهت الإجابة وتراعى الحلول الأخرى)